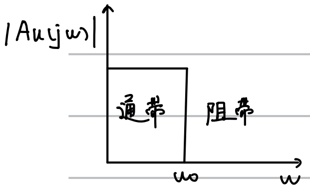
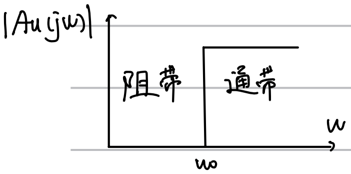
有源RC滤波器

3.1 分类

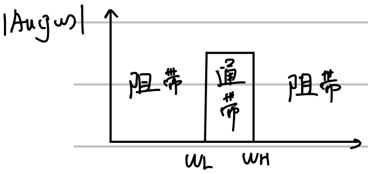
按频带：低通、高通、带通、带阻、全通



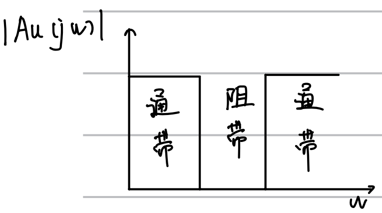
低通滤波器 (low-pass filter)
(LPF)



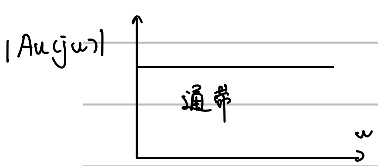
高通滤波器 (high-pass filter)
(HPF)



带通滤波器
(BPF)

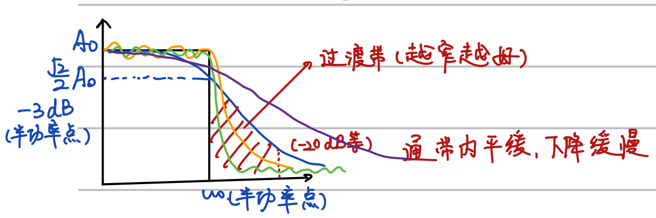


带阻滤波器 (BRF)



全通滤波器 (APF)

△理想滤波器及逼近

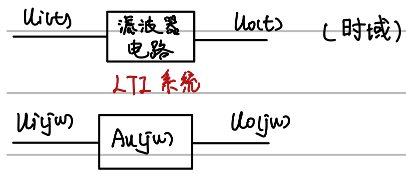


① Butterworth型 (巴特沃斯) 通带内平坦，下降缓慢

② Chebshelv型 (契比雪夫) 通带内有波纹，下降陡

③ Elliptic型 (椭圆函数) 带内带外都有波纹，下降最陡

④ Bessel型 (贝塞尔) 下降最缓 线性相位，相位偏移小



复频域：$S=\delta+j\omega$

$$A_u(s)=\frac{b_0 s^m+b_1 s^{m-1}+\dots+b_{m-1}s+b_m}{a_0 s^n+a_1 s^{n-1}+\dots+a_{n-1}s+a_n}$$ (m,n均为正整数，且$n\geq m$)

滤波器阶数：体现在分母n上

电路中，体现在储能元件的个数上 (电容、电感)

△分母n个根 → n个极点

分子m个根 → m个零点

△高阶滤波器可由一阶、二阶滤波器实现

△按无源、有源分类

无源滤波器 (Passive Filter) 一般由R.L.C构成

Q<0.5　　RC—信号 (低频)　LC—电源 (高频)

有源滤波器 (Active Filter)

一般由RC+运放构成

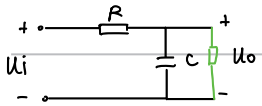
优点　体积小，重量轻，工作频率可低至 10^{-13} Hz

R_o小，带载能力强，级间隔离特性好

Q大，可调特性好，准确度高

3.2 一阶有源滤波器

△一阶无源滤波器

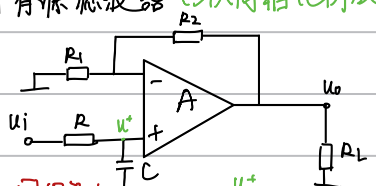


缺点：① 带载能力差

② $|A_u| \leq 1$ 衰减，不能放大

△一阶有源滤波器（引入同相比例放大器）

同相：



同相放大

$$u_o(j\omega) = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\underbrace{\boxed{\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}}}_{u^+} = \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{1+Rj\omega C} = \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{1+sRC}$$

s', 因此为一阶

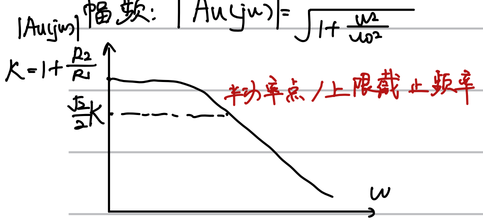
通带增益 $A_0 = 1+\frac{R_2}{R_1}$

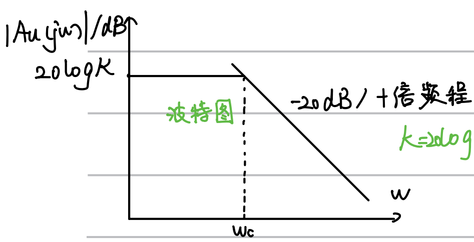
上限频率 $f_H = \frac{\omega_H}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$

令 $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

$$A_u(j\omega) = \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

幅频：$|A_u(j\omega)| = \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}$





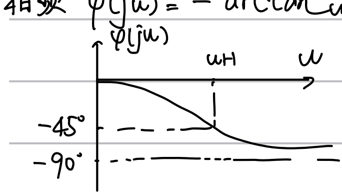
$$K = 20\log\frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}$$

近似掉1

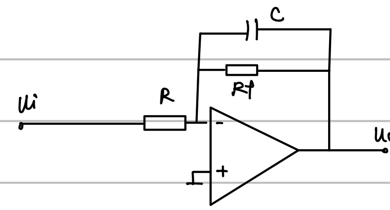
$$\underline{-20\log\frac{\omega}{\omega_0}}$$

$C-20\log\omega$

相频 $\varphi(j\omega) = -\arctan\frac{\omega}{\omega_0} = -\arctan\omega RC$



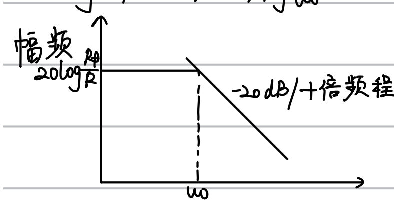
△一阶反相比例滤波器（反馈引入频变特性）



$$A_u(j\omega) = -\frac{R_f // \frac{1}{j\omega C}}{R} = -\frac{\frac{R_f}{j\omega C}}{R\left(R_f+\frac{1}{j\omega C}\right)} = \underbrace{-\frac{R_f}{R}}_{K}\,\frac{1}{1+R_f j\omega C}$$

定义 $\omega_0 = \frac{1}{R_f C}$

$$A_u(j\omega) = -\frac{R_f}{R}\,\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$$ （低通）



相移：与同相呈反向关系

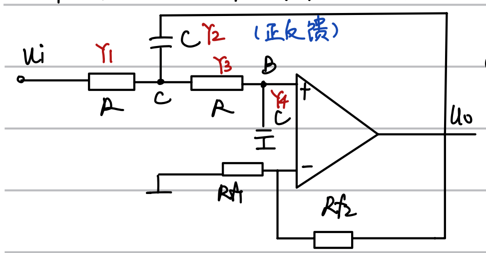
低通 → 高通　电容与电阻互换

3.3 二阶有源滤波器

○二阶无源滤波器

缺点
- ① 不放大，只衰减
- ② Q低
- ③ 带载能力差

3.3.1 有限增益二阶有源滤波器



(Sallen - Key)

节点C: $(Y_1+Y_2+Y_3)U_C - Y_1U_i - Y_3U_B - Y_2U_o = 0$

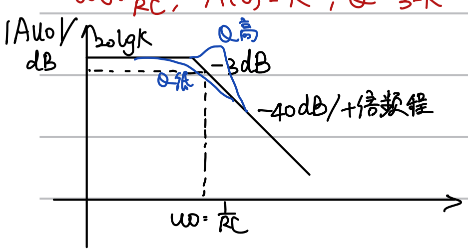
节点B: $(Y_3+Y_4)U_B - Y_3U_C = 0$

放大器: $U_o = (1+\frac{R_{f2}}{R_{f1}})\cdot U_B$

取 $Y_1=Y_3=\frac{1}{R}$, $Y_2=Y_4=j\omega C$

得 $A_{uf}=\frac{U_o}{U_i}=\frac{K\cdot\frac{1}{R^2C^2}}{S^2+\frac{3-K}{RC}\cdot S+\frac{1}{R^2C^2}}$ 二阶低通

(截止频率) $\omega_0=\frac{1}{RC}$, $A(0)=K$, $Q=\frac{1}{3-K}$, 其中 $K=1+\frac{R_{f2}}{R_{f1}}$



1° Q = 0.58 Bessel型

2° Q = 0.707 ($\frac{\sqrt{2}}{2}$) Butterworth型

3° Q = 0.943 Chebshew 型

4° Q → ∞ 电路不稳定 自激

△高通: R, C互换

△带通 $Y_1=\frac{1}{R_1}$, $Y_2=\frac{1}{R_2}$, $Y_3=SC$, $Y_4=\frac{1}{R_4}+SC_4$

(Multiple Feedback)

3.3.2 无限增益多重反馈二阶有源滤波器 (MFB)

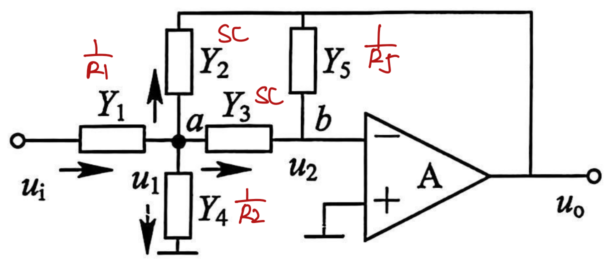


图 3.3.11 多路反馈滤波器原理

传递函数

推导 $U_a(Y_1+Y_2+Y_3+Y_4) - U_B\cdot Y_3 - U_o\cdot Y_2 - U_iY_1 = 0$

$U_b(Y_3+Y_5) - U_a\cdot Y_3 - U_o\cdot Y_5 = 0$

$U_b = 0$

得 $A_{uf}(S) = -\frac{\frac{1}{R_1C}\cdot S}{S^2+\frac{2}{R_5C}S+\frac{R_1+R_2}{C^2R_1R_2R_5}}$ 二阶带通

$\omega_0=\sqrt{\frac{R_1+R_2}{C^2R_1R_2R_5}}$ 取 $R_1 >> R_2$, $\omega_0=\frac{1}{C}\sqrt{\frac{1}{R_2R_5}}$

$A(\omega_0) = -\frac{R_5}{2R_1}$

$BW = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{2}{R_5C}$

Q↑, BW↓, 选择性高

改变R_2, BW不变, 中心频率ω_0改变

低通串高通 ⟶ 带通，此时带宽较宽

优点：上、下限频率独立可调，阶数也可不同

带阻：

①低通并高通 ⟶ 带阻

②原信号 - 带通 ⟶ 带阻

3.1 滤波器的概念

$$H(s) = A\cdot\frac{s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\dots+b_1s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\dots+a_1s+a_0}$$ (传递函数)

n — 阶数，分母极点个数

△逼近方法

1. 巴特沃斯滤波器
2. 切比雪夫滤波器
3. 椭圆滤波器
4. 贝塞尔滤波器

△自变量 $j\omega$ ——— 复频域

ω ——— 频域

△二阶滤波器

$$H(s)=\frac{s^2+b_1s+b_0}{s^2+a_1s+a_0}$$

低通 $H(s)=\dfrac{H_0\omega_0^2}{s^2+\frac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2}$ (无零点) 共轭极点

高通 $H(s)=\dfrac{H(\infty)\cdot s^2}{s^2+\frac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2}$

带通 $H(s)=\dfrac{H(\infty)\cdot\frac{\omega_0}{Q}s}{s^2+\frac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2}$

3.2 一阶有源滤波器

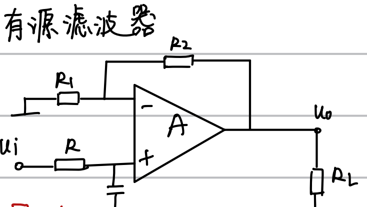
△(一阶无源滤波器)

① 衰减，无增益

② 带载能力弱

△一阶有源滤波器

同相:



同相放大

$$U_o(j\omega)=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{1+j\omega RC}U_i(j\omega)$$

通带增益 $A_0=1+\dfrac{R_2}{R_1}$

上限频率 $f_H=\dfrac{\omega_H}{2\pi}=\dfrac{1}{2\pi RC}$

3.3 二阶有源滤波器

3.3.1 二阶压控电压源型滤波器电路

解得

$$H=\frac{u_o}{u_i}=\frac{A_FY_1Y_3}{Y_5(Y_1+Y_2+Y_3+Y_4)+Y_3(Y_1+Y_4+Y_2(1-A_F))} \quad (3.3.2)$$

式(3.3.2)是二阶 Sallen-key 滤波电路传递函数的一般表达式。只要适当选取电阻和电
来代替 $Y_1\sim Y_5$ 中相应的导纳即可构成低通、高通、带通等二阶有源滤波电路。

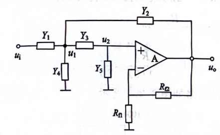


图 3.3.1 Sallen-key 滤波器

Y: 电阻/电纳

3.3.2 二阶 MFB 滤波器